Régimes transitoires
Notes pour un montage d'agrégation

15 mai 2021

Le régime transitoire est le comportement d'un système entre l'instant où il est perturbé et sort de son état d'équilibre, et celui où il retrouve un régime permanent. Cette définition très générale peut s'appliquer à de nombreux phénomènes dans beaucoup de domaines de la physique (électronique, mécanique, etc.) et il est important d'en aborder plusieurs pour ce montage. Il faudrait également dans l'idéal présenter des régimes transitoires de durées très différentes ; on pourrait également s'intéresser à la dynamique en régime forcé (voir rapport de jury de 2017). Voici quelques pistes pour constituer un plan :

1 En électronique

1.1 Temps caractéristique du circuit RC

On s'intéresse à la réponse à un échelon de tension. On peut pour cela alimenter le circuit RC avec un générateur basse fréquence en mode carré, ou employer un générateur de courant continu et un interrupteur (c'est peut-être plus simple pour visualiser des tensions sur Latis).

On prend la tension u_c aux bornes du condensateur. D'après la loi des mailles $E = Ri + u_c$ or $i = C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$ d'où une équation différentielle d'ordre 1 : $u_c + RC\dot{u}_c = E$. Pour un échelon de tension (tension nulle à $t = 0^-$ et égale à E à $t = 0^+$: $u_c = E \times (1 - \mathrm{e}^{-t/RC})$ et on définit le temps caractéristique de ce régime transitoire $\tau = RC$ tel que $u_c = E(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau})$.

Mesure te τ : dans le graphe représentant la tension en fonction du temps c'est l'abscisse du point d'intersection entre l'asymptote de u_c et la tangente à la courbe de la tension au point 0^+ (après fermeture du circuit).

On peut également mesurer τ lors de la décharge.

1.2 Le circuit RLC en série

Ce qu'il y a d'intéressant avec ce filtre c'est qu'il présente plusieurs comportements selon les valeurs affectées à ses composants. On mesure à nouveau la tension u_c. Le courant est toujours donné par $i = C\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t}$. La tension aux bornes de la bobine est $L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$. La loi des mailles conduit à l'équation différentielle suivante :

$$E = u_c + RC\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + LC\frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2}$$

Que l'on met sous la forme

$$E = \omega_0^2 u_c + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}^2u_c}{\mathrm{d}t^2}$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$; $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$.

Solutions de l'équation homogène (pour une réponse à un échelon de tension par exemple) : le discriminant de l'équation caractéristique est $\Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\omega_0^2$ et on distingue ainsi les différents régimes :

1.2.1 $Q < \frac{1}{2}$

Le discriminant est positif et les solutions sont de la forme $u_c = A\mathrm{e}^{r_1 t} + B\mathrm{e}^{r_2 t}$ et on n'observe pas d'oscillations.

$$r_{1,2} = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm \omega_0\sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}}{2}$$

1.2.2 $Q > \frac{1}{2}$

Le discriminant est négatif et on observe un régime pseudo-périodique d'oscillations : $u_c = A\mathrm{e}^{-t/\tau}\cos(\omega t + \varphi)$. avec $\omega = \omega_0\sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}}$. Il pourra être intéressant d'employer un circuit dérivateur afin d'observer le portrait de phase sur un oscilloscope par exemple (ou bien sur Latis si on arrive à dériver numériquement).

1.3 $Q = \frac{1}{2}$

C'est le régime critique qui fait la transition entre le régime oscillatoire et le régime de seule décroissance exponentielle. C'est celui pour lequel le temps caractéristique est le plus court $\tau = \frac{1}{\omega_0}$

2 En mécanique

2.1 Chute de bille dans le glycérol

Une bille lâchée sans vitesse initiale dans une éprouvette contenant du glycérol subit les actions de son poids, de la poussée d'Archimède et des frottements visqueux proportionnels à sa vitesse que l'on pourra modéliser par la force de Stokes $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$. On observera donc un régime transitoire d'augmentation progressive de la vitesse, auquel succède un régime permanent dans lequel la vitesse de la bille atteint une limite. On pourra utiliser une caméra et un logiciel de tracé de points pour évaluer l'évolution de la vitesse au cours du temps, remonter à un temps caractéristique, et pourquoi pas évaluer la viscosité du glycérol.

3 En thermodynamique

3.1 Barre thermique

C'est une expérience qui peut s'avérer fastidieuse, à voir si vous avez les nerfs solides.

On rappelle l'équation de diffusion de la chaleur à une dimension :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

avec λ la conductivité thermique du matériau en $\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$; c la capacité thermique massique et ρ la masse volumique du métal.

Les solutions de cette équation dans les conditions aux limites auxquelles on a accès (flux de chaleur imposé à une extrémité, et à l'autre extrémité transferts thermiques avec l'air ambiant) font que la solution de l'équation de la chaleur, de la forme :

$$T(x,t) = T_0 + (T_L - T_0)\frac{x}{L} - T_0 \sum_{n=0}^{+\infty} a_n(x) \mathrm{e}^{-\alpha_n^2 k L^{-2} t}$$

admet des α_n répondant à l'équation : $\alpha \tan \alpha = L\frac{h}{\lambda}$. Les fonctions $a_n(x)$ dépendent des conditions aux limites et initiales mais on n'a pas besoin de s'y intéresser dans le détail. On négligera au long cours les termes autres que α_0 (décroissance rapide de l'exponentielle).

La solution approchée est donc :

$$T(x,t) \approx T_f(x) - T_0 a_0 \mathrm{e}^{-\alpha_0^2 k L^{-2} t}$$

Tracer les fonctions $L_i = \ln |U_i(t) - U_i(t_f)|$ en fonction du temps, où i représente le capteur à ne certaine position x_i. On obtient une droite comme le prédit la solution approchée de la température.

3.2 Diffusion du glycérol dans l'eau

Il s'agit d'observer la déviation d'un faisceau lumineux traversant une cuve dans laquelle se trouve une couche de glycérol et une couche d'eau ; au départ elles sont superposées, puis à mesure que le glycérol diffuse dans l'eau elles vont s'homogénéiser.

Prendre une cuve à faces parallèles. Réaliser un faisceau lumineux oblique au moyen d'un laser et d'une lentille cylindrique (baguette en verre par exemple), traversant la cuve et arrivant sur un écran garni de papier millimétré. Verser de l'eau dans la cuve, puis au moyen d'une burette, verser précautionneusement le glycérol par le fond. Il ne faut pas de secousses, il faudra laisser la burette pour ne pas mélanger artificiellement le glycérol et l'eau. Au niveau de l'interface, le gradient d'indice optique est tel que le faisceau oblique présente une déformation que l'on mesure au papier millimétré.

Equation de diffusion : $\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D\partial^2 c}{\partial x^2}$

La déviation angulaire max du faisceau est donnée par :

$$\alpha_{max}(t) = \frac{c_0(n_g - n_e)d}{2\sqrt{\pi D t}}$$

C'est un exemple de régime transitoire plus long.

On préférera utiliser un mélange 50/50 de glycérol et d'eau plutôt que du glycérol pur, pour avoir une déviation pas trop grande. Indices optiques : eau : 1,33 ; glycérol : 1,47 ; D attendu : $4,0 \times 10^{-10}$ $\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$

Bibliographie

Bellier, J.-P. et Guéant, D. (2020). *Expériences de Physique : Electricité, Electromagnétisme, Electronique, Transferts thermiques.* Dunod.

Fruchart, M. *et al.* (2016). *Physique expérimentale : Optique, Mécanique des Fluides, Ondes et Thermodynamique.* De Boeck Supérieur.

http ://ressources.agreg.phys.ens.fr/static/TP_chi/serie3/PhenomenesTransport.pdf