

Dynamique des fluides

15 juin 2021

Fluides newtoniens et incompressibles : équation de Navier-Stokes.

Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire et incompressible :

$$C = P + \rho \frac{v^2}{2} + \rho g z$$

La charge hydraulique est conservée le long d'une ligne de courant de fluide.

Nombre de Reynolds : $Re = \frac{\rho V L}{\eta}$

Principe de mesure du tube de Pitot ; anémomètre à fil chaud.

Coefficient de traînée : un objet placé dans un fluide en écoulement subit une force dont la composante de traînée vaut $\frac{1}{2} \rho S C_x v^2$

1 Ecoulements laminaires

Viscosimètre à chute de bille : force de Stokes et vitesse limite. Conservation du débit volumique : expérience de la burette. Fluides réels : perte de charge dans les tuyaux.

Effet Venturi.

2 Conservation du débit volumique : la burette

Une burette contient de l'eau. L'eau est un fluide incompressible, son écoulement devrait vérifier la conservation du débit volumique. On ouvre le robinet de la burette et on la fait débiter dans une éprouvette. Le débit volumique est donné par le volume d'eau sorti de la burette divisé par le

temps de l'expérience. En mesurant la variation de la hauteur du fluide dans la burette, on peut également déduire une vitesse d'écoulement du fluide. Le débit peut être calculé à deux endroits : $S \times v$ en haut de la burette, avec S la section du haut de la burette et v la vitesse du fluide, et $V \div t$ en bas de la burette (sortie du robinet), avec V le volume de fluide récupéré. En obtenant deux résultats identiques, on vérifie la conservation du débit volumique de l'écoulement le long de la burette.

3 Effet Venturi

L'effet Venturi peut être expliqué en se basant sur la relation de Bernoulli et la conservation du débit lors de l'écoulement du fluide. Une baisse de la section de l'écoulement se solde par une augmentation de la vitesse (conservation de débit) ; ce qui cause une baisse de la pression (Bernoulli).

Dans une canalisation présentant un changement de section on peut raccorder des manomètres.

$$P_a - P_b = \frac{\rho v_a^2}{2} \left(\frac{S_a^2}{S_b^2} - 1 \right)$$

Déduit de Bernoulli dans le fluide en écoulement.

En utilisant les manomètres et la relation de l'hydrostatique on peut procéder à une mesure des pressions.

4 Viscosimètre à chute de bille

Une éprouvette contient un liquide visqueux (en général du glycérol) : on plonge une petite bille à l'intérieur de celle-ci, sans vitesse initiale. Elle finit par acquérir une vitesse limite.

La bille est soumise à son poids, à la poussée d'Archimède, et à une force venant de l'écoulement du fluide autour de lui (force de traînée) : la force de Stokes.

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - \rho_f V \vec{g} - 6\pi\eta R \vec{v}$$

Une projection sur l'axe de la chute donne :

$$\dot{v} = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_b} \right) - \frac{6\pi\eta R v}{m}$$

Solution homogène : $v_h = Ke^{-\frac{6\pi\eta R}{m}t}$; solution particulière $v_p = \frac{mg(1-\frac{\rho_f}{\rho_b})}{6\pi\eta R}$:
 conditions initiales donnent : $v(t) = \frac{mg(1-\frac{\rho_f}{\rho_b})}{6\pi\eta R} \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta R}{m}t}\right)$

Mesurer le rayon de la bille et la peser. En déduire sa masse volumique. Déterminer la masse volumique du fluide utilisé. A partir de la vitesse limite trouvée (solution particulière de l'équation), calculer la viscosité du fluide.

Affinement du modèle. L'expression de la force de Stokes utilisée ici correspond à un milieu infini. Or on est ici limité par les parois de l'éprouvette. Il est possible de modéliser l'effet des parois en apportant une correction à la force de Stokes. La vitesse limite correspondante (voir Thibierge) est :

$$v = \frac{2}{9} \frac{\rho_b - \rho_f}{\eta} R^2 g \left(1 - 2,1 \frac{R}{R_{tube}}\right)$$

On peut comparer la viscosité mesurée avec l'un et l'autre des modèles.

Privilégier les incertitudes statistiques pour cette expérience.

Calculer le nombre de Reynolds afin de vérifier que l'on est en mesure d'utiliser la force de Stokes (l'écoulement doit être laminaire).

5 Ecoulements à grand nombre de Reynolds

5.1 Tube de Pitot

Comparer la mesure de vitesse du fluide donnée par un tube de Pitot, et celle donnée par une référence (anémomètre à fil chaud) : en déduire que le tube de Pitot constitue un moyen de mesurer la vitesse d'un fluide.

Le tube de Pitot fonctionne à partir de deux ouvertures (point d'arrêt en A et ouverture latérale en B) et on a $v(B) = \sqrt{\frac{2}{\rho}(P_A - P_B)}$

5.2 Traînée et portance d'une aile

Placée devant la soufflerie, une aile d'avion peut subir une force que l'on décompose en une composante horizontale (traînée : s'oppose au mouvement d'un avion) et verticale (portance : permet à l'avion de s'élever).

On utilisera deux dynamomètres pour capter la portance et la traînée de l'aile.

$$P = C_z \frac{\rho S v^2}{2}; T = C_x \frac{\rho S v^2}{2}$$

avec C_z et C_x des coefficients ne dépendant que du nombre de Reynolds de l'écoulement. ρ est la masse volumique du *fluide*.

On peut chercher à mesurer la *finesse* de l'aile d'avion, en fonction de son angle d'inclinaison. $F_{aile} = \frac{P}{T} = \frac{C_z}{C_x}$; une bonne finesse donne une bonne portance pour une traînée minimale (on peut dire que c'est une sorte de rendement).

La dépendance en surface de la force de traînée peut être estimée au moyen de disques que l'on placerait devant la soufflerie.

6 Autres pistes

Vérification de la relation de Torricelli (approximation hydrostatique, $v_b \approx \sqrt{2gh}$) pour la vidange d'un grand vase par le bas (requiert Bernoulli, et conservation du débit volumique).