# Couplage d'oscillateurs

14 juin 2021

Apparition de modes de vibration supplémentaires.

## 1 Oscillateurs mécaniques

Voir Bellier et Thibierge : l'un présente une version plus simple (2 oscillateurs), le second une version plus complexe (4 oscillateurs avec traitement des différents modes propres).

D'une notice de matériel envoyé à l'agrégation on tire certaines informations sur un dispositif à deux pendules couplés attachés à trois ressorts d'égales raideurs ($k$ pour les trois ressorts : on pourra mesurer les raideurs au préalable et constater qu'elles sont sensiblement identiques).

Si les trois ressorts sont sensiblement identiques, dans l'approximation des petits angles, on pourra mesurer une pulsation pour des pendules oscillant en phase :

$$\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{k}{m}}$$

C'est égal à la pulsation d'oscillation $\omega_0$ des deux pendules pris indépendamment (ressort de couplage enlevé). En phase, le ressort de couplage ne s'allonge pas, tout se passe comme s'il n'était pas là.

On pourra également mesurer une pulsation pour des pendules oscillant en opposition de phase :

$$\omega_a = \sqrt{\frac{g}{l} + 3\frac{k}{m}}$$

On peut également en lançant uniquement un pendule, constater l'apparition d'un phénomène de battements. Il y a échange d'énergie mécanique entre les pendules par l'intermédiaire du couplage. Chaque pendule prend alternativement toute l'énergie mécanique du système. La pulsation des battements est $\omega_a - \omega_s$

Il y a possibilité de calculer un coefficient de couplage : $\frac{\omega_{s,a}}{\omega_0}$

**Banc à coussin d'air, masses et ressorts.** Pour deux masses liées par trois ressorts identiques dont on mesurera la raideur :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{m}}$$

On pourra mesurer les pulsations des modes symétrique (la pulsation la plus basse, $\omega_1$) et antisymétrique ($\omega_2$) en lançant les oscillateurs sur le banc. On constatera le rapport $\sqrt{3}$ qui existe entre les deux pulsations. On pourra constater que des oscillations libres « quelconques »sont une superposition des deux modes (via une transformée de Fourier par exemple). On pourra ensuite s'intéresser au régime forcé, et montrer les résonances qui apparaissent lorsque la pulsation de forçage est égale à la pulsation d'un des modes propres.

Si le couplage des oscillateurs est assez faible (ressort central de raideur plus faible que les ressorts extrêmes), on peut mettre en évidence des battements (la pulsation antisymétrique vaut alors $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_1+2k_2}{m}}$). Pulsation des battements : $\frac{\omega_1-\omega_2}{2}$.

# 2 Oscillateurs électroniques

**Couplage inductif.** On réalise deux circuits LC et on mesure la tension aux bornes des condensateurs. on observe que les circuits couplés présentent non pas une mais deux pulsations de résonance (indépendants : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ; pulsations pour les circuits couplés (condensateurs identiques, bobines identiques) : $\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ ; $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$

Il est possible de faire un truc assez dingue en faisant varier la distance entre les bobines connaissant le champ rayonné par une bobine mais c'est plutôt compliqué.

## 2.1 Couplage de nombreux oscillateurs

En couplant de nombreux oscillateurs (de préférence des oscillateurs électroniques par couplage inductif), et en les excitant au moyen d'un générateur délivrant un signal en créneau, on peut visualiser une FFT sur un oscilloscope pour observer de nombreux modes propres supplémentaires.

# Bibliographie

https ://ressources.unisciel.fr/sillages/physique/ondes_mecaniques/res/osc-couples.pdf