

Mécanismes de la conduction électrique dans les solides

Plan d'exposé

16 mai 2021

Document en construction

Aujourd'hui l'électricité est omniprésente dans notre quotidien. La plupart du temps, elle est conduite par des câbles, des pièces solides qui sont agencées afin de réaliser des circuits, etc. On se propose dans cette leçon d'étudier quelques modèles permettant d'expliquer l'apparition de courants électriques dans les solides.

1 Les métaux. Modèle de Drude

Classification périodique : une grande partie des éléments peuvent constituer des métaux à l'état solide. Les métaux se caractérisent par une bonne conductivité thermique, un aspect caractéristique (éclat métallique), des propriétés mécaniques intéressantes pour l'industrie (malléabilité, ductilité), mais aussi une grande conductivité électrique. Pour expliquer cette conductivité électrique qui a été étudiée en profondeur dès le XIX^{ème} siècle (l'électron ayant été découvert par Thomson en 1897), a été introduit le modèle de Drude : un modèle simple reposant sur la physique classique.

Le modèle de Drude repose sur les hypothèses suivantes :

- Chaque atome du cristal va donner des électrons de conduction (en général un ou deux), qui sont considérés comme complètement libres, et des électrons de valence, qui restent au voisinage immédiat des atomes. Le métal est donc assimilé à un réseau de cations baignant dans un gaz d'électrons. Les électrons sont d'ailleurs décrits par la théorie cinétique des gaz.

- Les électrons de conduction subissent des collisions. Les seules dont on tiendra compte sont les collisions électron de conduction - cation.
- Immédiatement après chaque collision, la direction de la vitesse de l'électron de conduction est aléatoire.

Exploiter pleinement ce modèle : vecteur densité de courant, loi d'Ohm locale, temps de relaxation, étude énergétique...

Premiers développements. Considérons un électron dans un métal soumis à un champ électrique. Entre deux collisions, il subit la force de Coulomb engendrée par ce champ. Le premier principe de la dynamique donne :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$$

Ce qui donne après intégration :

$$m\vec{v}(t) = \vec{v}_0 - e\vec{E}t$$

où \vec{v}_0 est la vitesse aléatoire après la collision. Puisqu'on considère des courants électriques donc des mouvements macroscopiques d'électrons, on peut être amenés à utiliser la vitesse moyenne des électrons :

$$m \langle \vec{v}(t) \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - e\vec{E}\tau$$

avec τ la durée moyenne entre deux collisions. Puisque la vitesse après chaque collision est aléatoire, $\langle \vec{v}_0 \rangle = \vec{0}$ et on écrit finalement :

$$m \langle \vec{v}(t) \rangle = -e\vec{E}\tau$$

On peut définir le vecteur densité de courant \vec{j} , tel que la quantité de charge traversant une surface dS orientée pendant un instant infinitésimal soit $\vec{j} \cdot d\vec{S}$. Pour le moment je ne compte pas inclure de démonstration, mais $\vec{j} = -ne\vec{v}$ où n est le nombre de porteurs de charge par unité de volume et \vec{v} est la vitesse moyenne des électrons au point considéré (échelle mésoscopique j'imagine) : $\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$ et on peut définir ainsi la conductivité du matériau comme le rapport entre la densité de courant le traversant et le champ électrique qui en est à l'origine. En vérité τ est difficilement accessible, on le déduira essentiellement des données expérimentales sur la résistivité du matériau utilisé.

Bilan de quantité de mouvement : On adopte une approche probabiliste. On considère que la probabilité $d\mathcal{P}$ pour qu'un électron subisse une collision

pendant l'intervalle de temps dt vaut $\frac{dt}{\tau}$. Exprimons la quantité de mouvement d'un électron : plus précisément, la contribution moyenne par électron à la quantité de mouvement totale :

$$\vec{p}(t + dt) = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)(\vec{p}(t) - e\vec{E}dt)$$

car $\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)$ est la probabilité que l'électron ne subisse pas de collision pendant l'intervalle dt . Ainsi ce facteur permet de ne compter uniquement les électrons qui n'ont pas subi de collision et qui donc participent au phénomène de conduction à l'instant considéré. En développant on obtient :

$$\vec{p}(t + dt) - \vec{p}(t) = -\frac{dt}{\tau}\vec{p}(t) - e\vec{E}dt + o(dt^2)$$

En divisant par dt et en négligeant le terme en dt^2 on arrive à :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{1}{\tau}\vec{p}(t) - e\vec{E}$$

On réécrira de la manière suivante pour faire apparaître une nouvelle force :

$$m\vec{a}_e = -e\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$$

Une force $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$ que l'on peut comparer à une force de frottement fluide, modélise, dans le modèle de Drude, les interactions entre l'électron et son milieu. On peut résoudre l'équation différentielle en \vec{v} et trouver l'existence d'un régime transitoire (comme en mécanique des fluides entre autres). Après ce régime transitoire la vitesse limite permet de retrouver l'expression précédente pour \vec{j} . On a quelque-chose du style

$$\vec{v} = v_{lim}(1 - e^{-t/t'})$$

On peut exprimer la loi d'Ohm locale et arriver à revenir sur la loi d'Ohm habituelle. Cela permettra de donner une expression de R .

$$\vec{j} = -ne\vec{v} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

1.1 Effet Hall.

Le modèle de Drude permet d'expliquer au moins qualitativement l'effet Hall. Ceci permet de mettre plus en application le modèle, d'en montrer un phénomène important intervenant dans la conduction électrique, et aussi d'illustrer certaines limites du modèle (des porteurs de charge positifs dans l'expérience ?)

Description de l'effet Hall. Lorsqu'on plonge un conducteur électrique dans un champ magnétique perpendiculaire au sens du courant, on observe l'apparition d'une différence de potentiel dans la portion de conducteur (voir un dessin que je vais faire voilà).

Interprétation au moyen du modèle de Drude. Le modèle de Drude permet de donner une explication assez simple du phénomène. Les électrons de conduction vont être soumis au champ électrique circulant dans le circuit, ainsi qu'à l'action mécanique exercée par le champ magnétique (force de Laplace). Cette force aura tendance à dévier les électrons de sorte à ce qu'ils viennent s'écraser contre un des bords du conducteur. Cela crée un surplus de charges négatives d'un côté et un surplus de charges positives de l'autre, donc une différence de potentiel. A terme, le champ induit par cette différence de potentiel va compenser l'effet de l'action du champ magnétique sur les charges traversant le circuit, de sorte qu'un courant est toujours en mesure de circuler. On peut trouver l'expression du champ de Hall par la dynamique Newtonienne. Lorsque le champ de Hall et la force de Laplace se compensent, on a :

$$q\vec{E}_H + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

D'où :

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Puisque $\vec{E} = -\text{grad}V$ on observe la tension V_H appelée Tension de Hall suivante $V_H = E_H a$ où a est la dimension du matériau.

On sait aussi que $j = nqv$ et $I = jS$ avec $S = ab$ dans le conducteur de section rectangulaire. On arrive alors à exprimer la tension de Hall en fonction du courant circulant dans le conducteur en régime stationnaire : $V_H = \frac{1}{nq} \frac{I}{b} B$. On peut définir alors la constante de Hall, $R_H = \frac{1}{nq}$ telle que $V_H = R_H \frac{IB}{b}$ qui dépend de la charge des porteurs et de la densité en porteurs de charge dans le matériau. Donner des ordres de grandeur peut être intéressant.

2 Au-delà du modèle de Drude. Eléments de la théorie des bandes

Le modèle de Drude, même s'il permet une explication simple de certains phénomènes intervenant dans les métaux, ne peut pas pour autant donner

une estimation correcte de l'évolution de la conductivité thermique avec la température.

L'électron de conduction n'est pas spécialement libre. Le modèle classique ne suffit pas en réalité à expliquer les propriétés de l'électron : il est une particule quantique, soumise au principe de Pauli, etc. De plus le réseau cristallin, les autres électrons autour de lui... Créent un potentiel non nul dont la géométrie réelle peut être difficile à approcher. Il existe cependant quelques modèles simples (potentiel de Morse ou de Kronig-Penney, par exemple) qui permettent de montrer un résultat intéressant : les niveaux d'énergie vont former des bandes d'états d'énergie (quasi-continuum), séparés par des bandes interdites.

Diagrammes de bandes pour isolants, conducteurs et semi-conducteurs. Explication des porteurs de charge positifs (trous d'électrons pour les semi-conducteurs).

On pourra évoquer les semi-conducteurs dopés.

3 Eléments de supraconductivité

La supraconductivité est un phénomène très particulier et encore sujet à débat quant-à son origine. Découvert en 1911 par Onnes, il consiste en l'annulation de toute résistance électrique dans certains matériaux portés à des températures très basses : les champs magnétiques ne peuvent également plus traverser le matériau (c'est l'effet Meissner, qui entraîne la lévitation souvent observée en travaux pratiques)

Théorie BCS. Des noms de Bardeen, Cooper et Schrieffer, elle explique la supraconductivité par l'apparition de paires d'électrons, appelées « paires de Cooper », résultant d'interactions électron-phonon. Ces paires de Cooper peuvent se comporter comme des bosons (spin total de 1) et pourraient donc condenser à basse température.

Théorie de Ginzburg-Landau. Théorie assez complexe basée sur l'étude thermodynamique des transitions de phase.

Conclusion

Nous avons pu voir qu'un modèle classique permet de donner une explication qualitative et intuitive de la conduction : il faut cependant faire appel à des modèles quantiques et plus complexes afin d'expliquer la grande variété de comportements observés dans les solides vis-à-vis de la conduction électrique.

Bibliographie

Sanz, M.-N. *et al.* (2020) *Physique PC-PC* Tout-en-un*. Dunod, collection J'intègre.

Meyer, T. (2020) *51 leçons de l'agrégation externe de sciences physiques, corrigées et commentées*. Ellipses.