

Induction électromagnétique

Une leçon de Physique pour l'agrégation

Arnaud Dupont

22 avril 2021

Préambule

Niveau L1 ou L2. Requiert : champ magnétique, induction magnétique, force de Lorentz, courant électrique, circuits électriques. Analyse vectorielle, flux, équations de Maxwell. Champ magnétique créé par des courants électriques / magnétostatique.

Introduction

Dans le contexte de la leçon, les étudiants savent au préalable qu'une particule chargée peut être soumise à une force magnétique modélisée par la force de Lorentz. Ils savent également qu'un mouvement d'électrons, tel qu'un courant dans un circuit électrique, génère un champ magnétique dans l'espace qui l'entoure. Ils sont ainsi familiers avec les notions de champ électrique et de champ magnétique, en ayant notamment étudié des champs constants dans le temps, dans le cadre de la magnétostatique et de l'électrostatique. La présente leçon constitue un cas d'étude des champs variables dans le temps.

Le but de cette leçon est de présenter le phénomène d'induction électromagnétique, de le caractériser en énonçant les lois physiques qui le décrivent, de détailler son étude d'abord dans le cas de circuits électriques simples, faisant ainsi le lien avec les cours sur les circuits électriques habituellement proposés dans les facultés ou classes préparatoires, puis dans des applications communes plus compliquées comme les transformateurs ou les alternateurs.

1 Expériences historiques

Cette section regroupe les observations expérimentales faites par Faraday et Henry sur des circuits électriques et ayant conduit à la découverte du phénomène d'induction.

1.1 Expérience de Faraday

Description du dispositif. Faraday a employé deux enroulements de spires, l'un au-dessus de l'autre, disposés le long d'un même axe. L'un des enroulements était relié à un générateur électrique, l'autre était relié à un ampèremètre. Les deux circuits ne sont *pas reliés*.

Observations. Faraday a observé qu'au moment où la bobine liée au générateur était mise sous tension, l'ampèremètre relié à l'autre bobine détectait brièvement un courant électrique. Lorsque la première bobine était mise hors-tension, était détecté un courant de sens opposé.

1.2 Variantes

D'autres expériences mettent tout simplement en jeu une bobine et un aimant que l'on rapproche de la bobine ou que l'on éloigne. Changer le sens de l'aimant changera le sens du courant. Eloigner l'aimant induit un courant de sens opposé à celui observé lorsqu'on le rapproche. Une autre variante emploie un circuit électrique, dont l'un des côtés est un barreau conducteur que l'on peut translater. Si le circuit est plongé dans un champ magnétique, une translation du barreau génère un courant que l'on peut détecter à l'ampèremètre.

1.3 Interprétation

On arrive à quelques conclusions. On sait que l'aimant crée un champ magnétique (non uniforme dans l'espace autour de lui), et que les circuits alimentés en courant aussi créent un champ magnétique dans l'espace. Les expériences mettent en évidence l'apparition d'un courant électrique dans un circuit en réponse aux *variations du champ magnétique* dans lequel le circuit est plongé. C'est *l'induction électromagnétique* (à ne pas confondre avec d'autres termes similaires, tels que l'induction magnétique ou l'induction électrostatique).

2 L'induction électromagnétique

On en pose maintenant une définition plus rigoureuse, et on expose les lois gouvernant son comportement (Faraday, Lenz). Le phénomène *d'induction électromagnétique* consiste en l'apparition d'une *force électromotrice* dans un conducteur plongé dans un champ magnétique variable. Il est décrit par la loi de Faraday :

2.1 Loi de Faraday

Flux magnétique et énoncé de la loi. Le *flux* du champ magnétique φ au travers d'un circuit électrique délimitant une surface S est donné par :

$$\varphi = \int_S \overrightarrow{B(M)} \cdot \overrightarrow{dS(M)}$$

La loi de Faraday indique qu'un circuit traversé par un flux magnétique variable dans le temps φ , est le siège d'une *force électromotrice*¹ e donnée par la relation suivante :

$$e = -\frac{d\varphi}{dt}$$

On doit ajouter la contribution de cette force électromotrice lors de l'étude des circuits, en la modélise par l'ajout d'un générateur de tension égale à e et la flèche du générateur est prise dans le sens positif du courant.

Dans le cas d'un conducteur plongé dans un champ magnétique variable, la loi de Faraday s'applique si :

- Le conducteur constitue un circuit électrique dans lequel le flux magnétique est défini à chaque instant.
- Le conducteur coupe les lignes de champ magnétique dans son mouvement.

Quelques expériences d'induction ne vérifiant pas la loi de Faraday. Dans l'expérience de la roue de Barlow, le conducteur ne constitue pas un circuit filiforme. Dans l'expérience de Blondel, aucune ligne de champ n'est coupée lors du mouvement. La loi de Faraday n'est donc pas valable.

1. Cela signifie qu'une force apparaît et met les charges électriques en mouvement. La force électromotrice d'un générateur est le travail qu'il fournit pour mettre les charges en mouvement, par unité de charge

On préférera certainement traiter ces problèmes avec l'équation de Maxwell-Faraday.

Situations primaires dans lesquelles on peut observer une induction :

- Un circuit immobile est plongé dans un champ magnétique variable.
- Un circuit se déplace dans un champ magnétique stationnaire.
- Les deux à la fois.

2.2 Loi de Lenz

Son énoncé peut être résumé de la manière suivante :

Les phénomènes d'induction s'opposent, par leurs effets, aux causes qui leur ont donné naissance.

Une manifestation de cette loi est que lorsqu'un circuit, plongé dans un champ magnétique variable, est le siège d'une force électromotrice, un courant apparaît dedans. Ce courant va lui-même entraîner l'apparition d'un champ magnétique. Ce champ magnétique est tel qu'il s'oppose aux variations du champ magnétique extérieur auquel est soumis le circuit.

2.3 Explication du phénomène

On sait que les électrons en présence d'un champ magnétique peuvent être soumis à une action mécanique que l'on modélise par la force de Lorentz, cependant l'utilisation de cette force pourrait poser quelques problèmes relativistes. On préférera largement utiliser l'équation de Maxwell-Faraday pour démontrer que la loi de Faraday qui n'en est qu'une « forme intégrale », puisque cette équation sera la même dans tous les référentiels, et qu'elle sera valable pour toute variation du champ magnétique dans lequel est plongé le circuit quelle qu'en soit la cause.

$$\text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

La circulation du courant le long d'un contour fixe orienté \mathcal{C}

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_{\mathcal{S}} \text{rot}\vec{E} \cdot d\vec{S}$$

d'après le théorème de Stokes. Puis les équations de Maxwell entrent en jeu et :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \iint_{\mathcal{S}} \frac{-\partial\vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

Le travail reçu par un porteur de charge q lorsqu'il est traversé par un générateur de f.e.m. e est qe ; la force électromotrice est en effet le travail reçu par la charge pour parcourir un circuit par unité de charge. On en déduit que la force électromotrice est égale à la circulation du champ sur le contour fermé (à partir du travail de la force de Coulomb $q\vec{E}$ le long du circuit) et on retrouve ainsi la loi de Faraday.

$$e = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

3 Auto-induction

On a donc vu qu'un circuit électrique engendre un champ magnétique autour de lui, et que de la même façon un champ magnétique pouvait engendrer une force électromotrice sur un circuit. On peut donc se demander quelle influence le champ magnétique ainsi créé peut avoir sur le courant dans le circuit qui l'a engendré. Si le champ magnétique traverse le circuit qui l'a créé, générant alors un flux magnétique non nul au travers de ce circuit, il donne lieu à un phénomène « d'auto-induction ». Le flux magnétique, dans le cas où il traverse le circuit qui en est à l'origine, est appelé « flux propre »; son expression directe dans le cas général, dépendant des géométries du circuit et du champ magnétique, peut s'avérer compliquée à déterminer. Cependant étant proportionnelle à la norme du champ $||\vec{B}||$, laquelle est proportionnelle à l'intensité du courant i parcourant le circuit, on peut affirmer que $\varphi_p = Li$, où L est le *coefficient d'auto-induction* ou *inductance propre*, quantité positive dont l'unité est le Henry. On masque ainsi commodément toute la complexité du problème dans un unique coefficient.

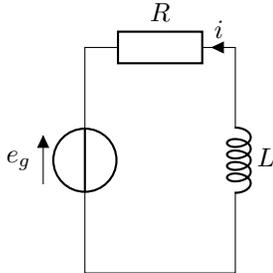
Nous allons maintenant nous intéresser au cas simple de la bobine, siège d'une force électromotrice auto-induite de par le champ magnétique qui règne entre les spires, et qui donne à ce composant des propriétés particulières exploitées lors de la réalisation de circuits électriques élémentaires.

3.1 Etude de la bobine

Cette partie permettra d'illustrer les notions précédemment évoquées et de faire le lien avec un composant électronique basique qui a été entrevu dans les cours sur les circuits électriques. C'est de plus un cas dans lequel il est possible de calculer la valeur du coefficient L .

La bobine, qu'on assimile à un solénoïde de N spires et de longueur totale l , parcouru par un courant i , crée à l'intérieur de son bobinage un champ \vec{B} d'expression $\mu_0 \frac{N}{l} i \vec{u}$ où \vec{u} est un vecteur unitaire parallèle à l'axe du bobinage, son sens dépend de celui du courant et se déduit de la règle de la main droite. Cette expression est une approximation valable si le solénoïde est suffisamment long. On néglige les effets de bord. Ce champ est à l'origine d'un flux propre total $\varphi_p = \mu_0 \frac{N}{l} i \times NS$ avec S la surface délimitée par une spire de courant ; par identification on déduit que $L = \mu_0 \frac{N^2}{l} S$. La bobine est donc le siège d'une force électromotrice égale à $-L \frac{di}{dt}$ d'après la loi de Faraday. Modélisation par un générateur de tension / inductance :

- On peut modéliser par un générateur de tension de force électromotrice $= -L \frac{di}{dt}$ quand la flèche de tension est dans le sens conventionnel positif du courant (convention générateur)
- Ou par une inductance L , avec une tension à ses bornes égale à $L \frac{di}{dt}$ quand la flèche de tension est orientée selon la convention récepteur (contraire au sens positif du courant)



Une étude plus détaillée du comportement d'une bobine dans un circuit électrique pourrait être intéressante.

3.2 Etude énergétique

. On multiplie l'équation de la loi des mailles par le courant. Cela donne plusieurs puissances qu'on va identifier, parmi lesquelles la puissance de la bobine. On en déduit l'énergie magnétique : $\frac{1}{2} Li^2$

4 Induction mutuelle

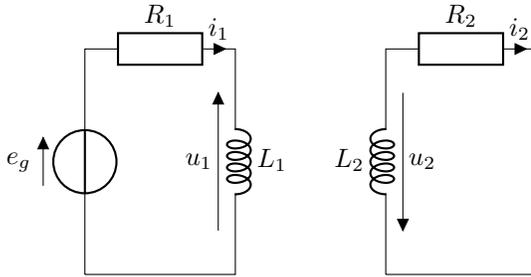
Un circuit 1 parcouru par un courant crée un champ magnétique. Ce champ magnétique génère un flux magnétique dans un second circuit (circuit 2). Le deuxième circuit, s'il est parcouru par un courant, va lui aussi générer un champ magnétique qui agira sur le premier circuit. C'est le phénomène d'induction mutuelle. Le flux engendré par le circuit 1 à travers le circuit 2 peut s'écrire, pour des raisons similaires à celles évoquées pour l'auto-induction, de la manière suivante :

$$\varphi_{1 \rightarrow 2} = M_{1 \rightarrow 2} i_1$$

De manière symétrique :

$$\varphi_{2 \rightarrow 1} = M_{2 \rightarrow 1} i_2$$

En vérité, $M_{1 \rightarrow 2} = M_{2 \rightarrow 1}$ (une justification peut faire appel aux notions de potentiel vecteur. On ne détaillera pas cela ici). Ces deux coefficients seront donc représentés par l'unique coefficient M ; Etude simple de deux circuits couplés par inductance mutuelle, tirée du Dunod.



On calcule le flux magnétique total dans chaque bobine, et on en déduit les tensions aux bornes des bobines. Puis on applique la loi des mailles pour chaque circuit, cela donne un système de deux équations couplées, les inconnues sont $i_1(t)$ et $i_2(t)$. On pourra résoudre ce système en régime sinusoïdal. On trouve que l'impédance complexe de la charge totale branchée au générateur du circuit 1 dépend aussi des propriétés des composants du circuit 2. Le phénomène d'induction a donc couplé les deux circuits (on parle de « couplage par mutuelle induction »).

$$\underline{Z} = \left(R_1 + jL_1\omega + \frac{(M\omega)^2}{R_2 + jL_2\omega} \right)$$

4.1 Etude énergétique

En multipliant les tensions observées dans la loi des mailles par le courant circulant dans chaque circuit, on trouve :

$$\mathcal{P}_g = L_1 \frac{di_1}{dt} i_1(t) + M \frac{di_2}{dt} i_1(t) + R_1 i_1^2(t)$$

$$0 = L_2 \frac{di_2}{dt} i_2(t) + M \frac{di_1}{dt} i_2(t) + R_2 i_2^2(t)$$

C'est la puissance électrique donnée dans chaque circuit. Si on additionne les deux équations on a :

$$\mathcal{P}_g = L_1 \frac{di_1}{dt} i_1(t) + M \frac{di_2}{dt} i_1(t) + R_1 i_1^2(t) + L_2 \frac{di_2}{dt} i_2(t) + M \frac{di_1}{dt} i_2(t) + R_2 i_2^2(t)$$

$$\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_{\text{Joule}} + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2 \right)$$

On en déduit l'expression de l'énergie magnétique :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

On peut en tirer une inéquation liant les auto-inductances et l'inductance mutuelle. L'énergie magnétique est une grandeur positive. On pose $x = \frac{i_1}{i_2}$. On cherche ensuite à résoudre l'inéquation $\frac{\mathcal{E}_m}{i_2^2} > 0$. On trouve un polynôme du second degré en x que l'on veut supérieur à zéro, ce qui est vérifié si son discriminant est négatif ; on en déduit que $M < \sqrt{L_1 L_2}$.

5 Applications pratiques

Transformateurs, courants de Foucault, alternateurs, microphones... Beaucoup d'appareils exploitent, beaucoup de phénomènes peuvent être compris avec l'induction électromagnétique.

5.1 Le transformateur

On utilise un anneau taillé dans un matériau ferromagnétique. Il aura pour effet de guider les lignes de champ d'une bobine à l'autre. Le flux produit par une bobine se retrouve entièrement dans l'autre. Transformateur

monophasé idéal. Le flux magnétique des enroulements de spires vaut NBS , on considèrera que B est le même pour les deux enroulements. On a donc une expression de la force électromotrice et on peut déduire la relation entre la force électromotrice de gauche et celle de droite.

Les courants de Foucault peuvent être créés dans le noyau du transformateur et être à l'origine de pertes d'énergie par effet Joule. Afin de les contrecarrer, le matériau du noyau est le plus souvent *feuilleté*.

5.2 L'alternateur

On considère une spire en rotation dans un champ magnétique uniforme et constant. La loi de Faraday s'applique (on coupe bien les lignes de champ lors du mouvement). Le flux est proportionnel à une fonction trigonométrique du temps.

5.3 Courants de Foucault et freinage

La dissipation d'énergie par courants de Foucault est exploitée pour freiner les roues de certains véhicules poids-lourd.

Bibliographie

Dion, J.-L. (2002). *Electromagnétisme 2 : phénomènes d'induction*. Loze-Dion éditeur.

<http://www.ampere.cnrs.fr/histoire/parcours-historique/faraday-expo1900/induction>

http://uel.unisciel.fr/physique/continu/continu_ch04/co/apprendre_ch4_02.html informations sur la notion de force électromotrice.

http://ressources.unisciel.fr/sillages/physique/electromagnetisme_2a_pc/res/ind-em.pdf

Sanz, M.-N. *et al.* (2020) *PCSI Tout-en-un*. Dunod, collection J'intègre.