

# Les dipôles en physique

(L2)

Prérequis :

- ① Électrostatique (Coulomb ...)
- ② Magnétostatique (...)
- ③ Statistique de MB

Intro :

- ① Théorème du moment cinétique

(I) Dipôle électrostatique

- ① Approx. dipolaire, champ et potentiel
- ② Action d'un dipôle
- ③ Description qualitative des interactions moléculaires.

(II) Dipôle magnétique

- ① Définition et analogie
- ② Exp. de Stern et Gerlach.

Ed :

Intro

## I] Dipôle électrostatique

### ① Doublet de charge

Jusqu'à présent, on a étudié le champ créé par des distributions de charge, et d'entre elles, est particulièrement présente en physique et en chimie :

Dipôle : 2 charges opposées  $+q$  et  $-q$   
assimilés à 2 charges ponctuelles.

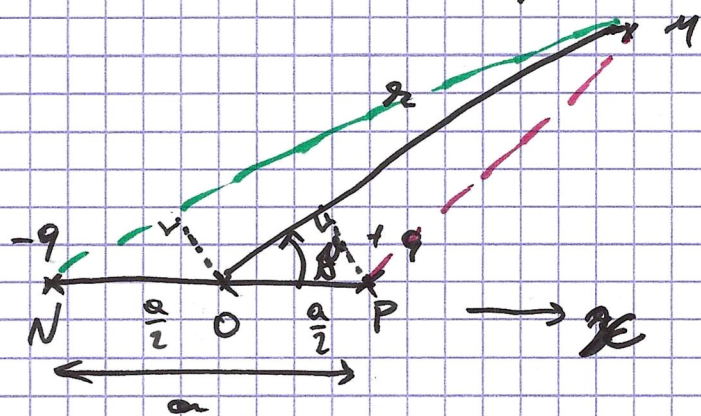
↳ Charge totale NULLE (la matière est neutre)

↳ N et P peuvent être les barycentres d'une distribution  $\oplus$  complexe.

Moment dipolaire

$$\vec{p} \equiv q \vec{NP}$$

$q \approx 10^{-19} \text{ C.m}$



Approximation dipolaire : on observe le dipôle

"de loin" :  $r = \|\vec{OM}\| \gg a \sim \lambda$

② Potentiel et champ à grande distance

① Potentiel :

Coordonnées sphériques d'axe  $Ox$

↳ Invariant par rotation autour de l'axe  $Ox$

donc  $V(M) = V(r, \theta)$

sur 1 plan  $\varphi = \text{cte}$  :

$$V(M) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{MN} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{MP}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{MP} - \frac{1}{MN} \right)$$

$$MP^2 = (MO + OP)^2$$

$$= MO^2 + OP^2 + 2MO \cdot OP$$

$$\cos(\theta) = \frac{r_1^2}{a^2} \quad r_1^2 = \frac{a^2 \cos(\theta)}{2}$$



$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{MN - MP}{(MP)(MN)} \right)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{r_1 + \frac{a \cos(\theta)}{2} - r_1 + \frac{a \cos(\theta)}{2}}{\left(r_1 + \frac{a \cos(\theta)}{2}\right) \left(r_1 - \frac{a \cos(\theta)}{2}\right)} \right)$$

$$= \frac{q a \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1^2 - \frac{a^2 \cos^2(\theta)}{4}} \right) = \frac{q a \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1^2} \left( \frac{1}{1 - \frac{a^2 \cos^2(\theta)}{4 r_1^2}} \right)$$

$$V(M) \approx \frac{q a \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1^2} \quad \sqrt{2} \frac{1}{r_1^2}$$

① | Chang  $\vec{E}(M)$ :

$$\vec{E}(M) = -\vec{\nabla} V(M)$$

$$= - \left( \frac{\partial V}{\partial r_1} \vec{u}_{r_1} + \frac{1}{r_1} \frac{\partial V}{\partial \theta} \vec{u}_\theta + \frac{1}{r_1 \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi \right)$$

$$\vec{E}(M) = \frac{q a \cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} \vec{u}_{r_1} + \frac{q a \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r_1^3} \vec{u}_\theta \quad \|\vec{E}\| \approx \frac{1}{r_1^2}$$

② Expressions intrinsèques

$$\vec{u}_{r_1} \cdot \vec{u}_{r_1} = \cos(\theta)$$

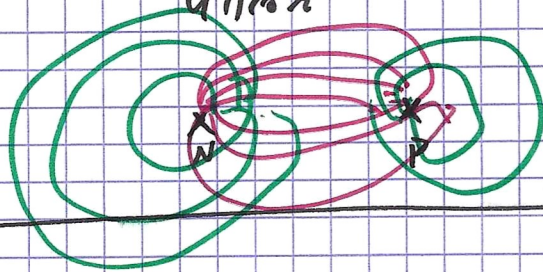
$$\vec{u}_{r_1} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\partial M}{\partial M}$$

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} \cdot \partial M}{\partial M^3}$$

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( 3 \left( \vec{r} \cdot \frac{\partial M}{\partial M} \right) \frac{\partial M}{\partial M^5} - \frac{\vec{r}}{\partial M^2} \right)$$

$$d\vec{u} + \kappa d\vec{u} \Rightarrow \kappa = \kappa_0 \sin^2(\theta)$$

equiv  $V_0 = \frac{q_0 r_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{q_0 r_0}{4\pi\epsilon_0 V_0}$



### 3) Action d'un champ E et application aux interactions moléculaires

Comment le dipôle réagit-il?

#### 1) Moment

Approximation: la distance caractéristique de variation de  $\vec{E}$ :  $\frac{dE}{E} \gg \frac{a}{r}$

$$\vec{E}(P) = \vec{E}(O) + \delta\vec{E}(P)$$

$$\vec{E}(N) = \vec{E}(O) + \delta\vec{E}(N)$$

$$\vec{M}_0 = \vec{OP} \times q\vec{E}(P) + \vec{ON} \times (-q\vec{E}(N))$$

1

$$\approx q\vec{r} \times \vec{E}(O) \quad \boxed{\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{E}(O)}$$

↳ Alignement anti-parallel ou parallel au champ.

#### 2) Force

$$\vec{F} = q\vec{E}(P) - q\vec{E}(N)$$

À poser

2

$$F_x = q \left( E_x \left( x + \frac{dx}{2}, y + \frac{dy}{2}, z + \frac{dz}{2} \right) - E_x \left( x - \frac{dx}{2}, y - \frac{dy}{2}, z - \frac{dz}{2} \right) \right)$$

$$= q \left( E_x(x, y, z) + \frac{\partial E_x}{\partial x} \frac{dx}{2} + \frac{\partial E_x}{\partial y} \frac{dy}{2} + \frac{\partial E_x}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) - \left( E_x(x, y, z) - \frac{\partial E_x}{\partial x} \frac{dx}{2} - \dots \right)$$

$$= q \left( \frac{\partial E_x}{\partial x} dx + \frac{\partial E_x}{\partial y} dy + \frac{\partial E_x}{\partial z} dz \right) = \vec{r} \cdot \vec{\nabla} E_x$$

↳ Alignement avec E externe si  $\vec{r} \parallel \vec{E}$

$$\boxed{\vec{F} = (\vec{r} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E}(O)}$$

② Energie potentielle et stabilité  $E_p = q(V(P) - V(M))$

$$\text{grad } V(M) \cdot d\vec{l} = dV$$

Mais  $\vec{\sigma}_v \gg a$

$$\text{grad } V(O) \cdot \vec{OP} = V(P) - V(O) = -\vec{E}(O) \cdot \vec{OP}$$

$$\text{grad } V(O) \cdot \vec{ON} = V(N) - V(O) = -\vec{E}(O) \cdot \vec{ON}$$

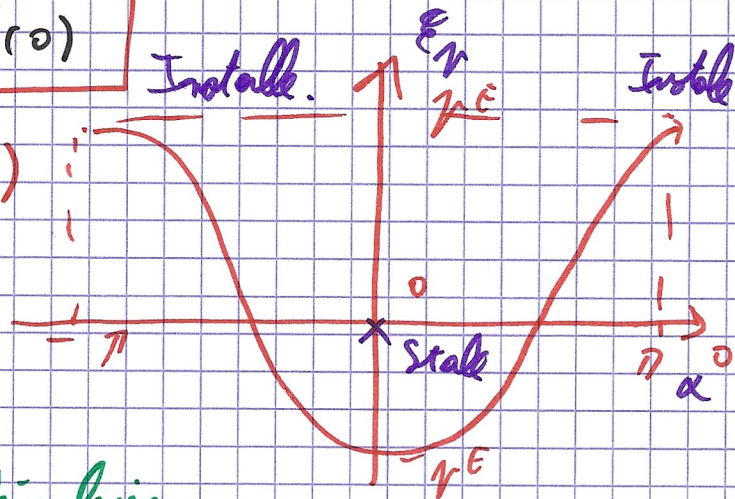
$$E_p = -q \vec{E}(O) \cdot (\vec{OP} - \vec{ON})$$

①

$$E_p = -\vec{r} \cdot \vec{E}(O)$$

$$\rightarrow E_p = -rE \cos(\alpha)$$

Tend à s'aligner //  $\vec{E}$



### ④ Interactions moléculaires

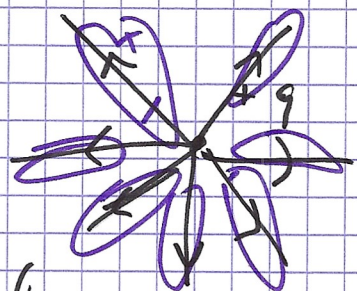
Déposition de atomes  $\Rightarrow \vec{\mu} \neq \vec{0}$

$$\mu_{H_2O} = 1,85 \text{ D}$$

$$= 1,85 \times 3,336 \cdot 10^{-30} \text{ C.m}$$

Ion/molécule

Ion  $\leftrightarrow$  charge ponctuelle  
 Les dipôles ont tendance à  
 s'aligner sur le LDC, vers lui



# Interactions dipôle / dipôle

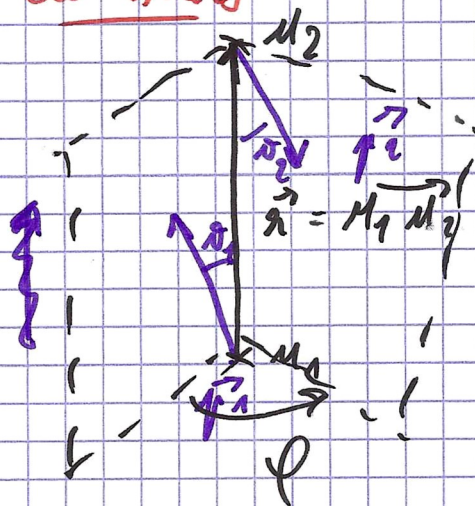
$$E_{12} = -\vec{p}_1 \cdot \vec{E}_2(M_1)$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left( 3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r}) \frac{(\vec{p}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \right)$$

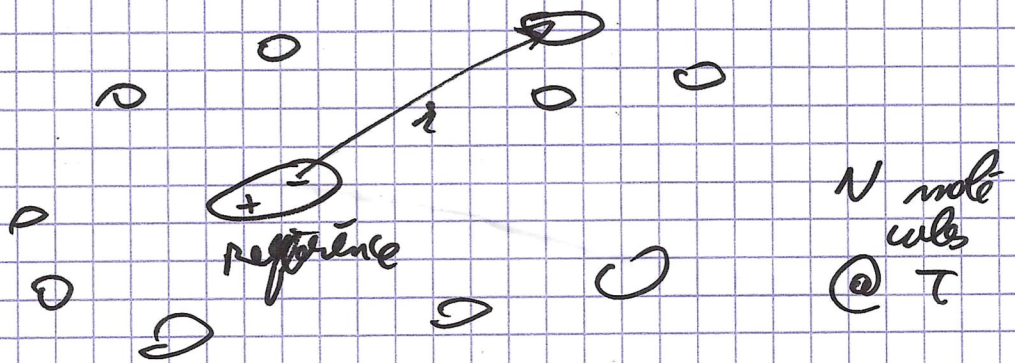
*car idées*

$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \vec{p}$   $\varphi = 0$ ,  
 $\theta_1 = \theta_2 = 0 \text{ ou } \pi$ .

$$E_0 = \frac{2p^2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$



## Modèle simple



$$P_{para} = A e^{-\frac{E_{para}}{k_B T}} = A e^{-\frac{E_0}{k_B T}}$$

$$P_{anti} = A e^{-\frac{E_{anti}}{k_B T}} = A e^{-\frac{E_0}{k_B T}}$$

$$P_{para} + P_{anti} = 1 \text{ donc } A = \frac{1}{2 \text{ch}\left(\frac{E_0}{k_B T}\right)}$$

$$\langle E \rangle = P_{para} E_{para} + P_{anti} E_{anti}$$

$$= -E_0 \text{tr} \left( \frac{E_0}{k_B T} \right) \sim -\frac{E_0^2}{k_B T} \sim \frac{1}{\beta^2}$$

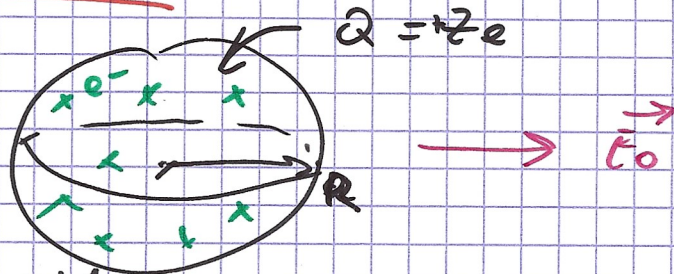
$$\sim \frac{2 \cdot 10^{-22}}{4 \cdot 10^{-21}} \text{ pour } \beta = 10 \text{ et } \epsilon = 1 \text{ mol}$$

Dijole-dijole  $\epsilon$  Van der Waals gas la rent  
(dijole induit)

Dijole induit

$\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E}$  (approx linéaire à  $\vec{E}$  faible)  
 ↑ polarisabilité en  $m^3$ .

Modèle de Thomson



PFD sur l'électron:  $-e \frac{e r}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{u}_r - e \vec{E}_0 = \vec{0}$

$\vec{r}_{eq} = -\frac{1}{Ze} 4\pi\epsilon_0 R^3 \vec{E}_0$

$\vec{p} = -Ze r_{eq} = +4\pi\epsilon_0 R^3 \vec{E}_0$

D'où  $\alpha_{Th} = 4\pi R^3 = 3V \sim V$

Pour H,  $R \approx 52 \mu m$  et  $\alpha = 1,8 \cdot 10^{-30} m^3$

En réalité,  $\alpha \approx 8,4 \cdot 10^{-30} m^3$

effet Stark

$\rightarrow \alpha = -2e^2 \sum_{n \neq 1} \sum_{l, m} \frac{|\langle n, l, m | z | 1, 0, 0 \rangle|^2}{E_n - E_1}$

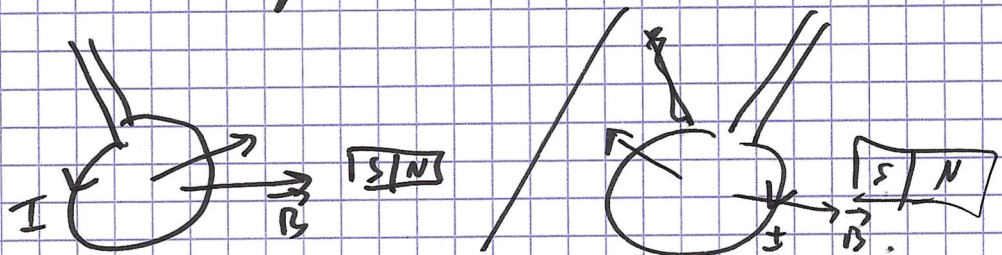
→ plus de re marche plus.

## II ] Dipôles magnétiques.

### ① Définition

Un aimant est caractérisé par 2 pôles : S et N.  
 $S \leftrightarrow S$  et  $N \leftrightarrow N$  mais  $S \rightarrow N$ .

Expérience : Spire se comporte comme 1 aimant



↳ On associe à la distribution de courant I dans 1 spire fermée un vecteur moment magnétique  $\vec{m}$  :

$$\vec{m} = \frac{1}{2} \oint_{\mathcal{C}} \vec{OP} \times I d\vec{\ell}$$

Dans le cas d'1 spire plane de rayon R :

$$\begin{aligned} \vec{m} &= \frac{1}{2} I \oint_{\mathcal{C}} R \vec{u}_r \times R d\theta \vec{u}_\theta \\ &= \frac{1}{2} I \int_0^{2\pi} d\theta R^2 \vec{u}_z = \pi R^2 I \vec{u}_z \end{aligned}$$

D'où  $\vec{m} = I S \vec{u}_z$  A·m<sup>2</sup>

### ② Action d'un champ $\vec{B}$ .

$$\vec{M}(\vec{m}) = \vec{m} \times \vec{B}(\vec{m})$$

$$\vec{\mathcal{E}}_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{F} = \vec{\nabla} (\vec{m} \cdot \vec{B})$$

(inédformelle)

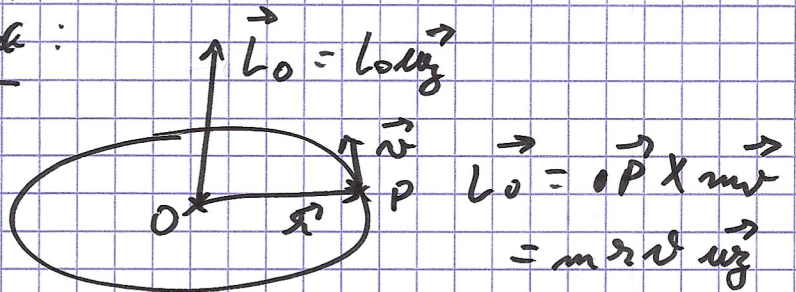
Analogue



### ③ Expérience de Stern et Gerlach

#### Moment magnétique atomique

Modèle planétaire:  
classique



Pour l'atome d'hydrogène:

$$I = \frac{q}{T} \quad \text{et} \quad T = \frac{2\pi r}{v}, \quad I = \frac{qv}{2\pi r}$$

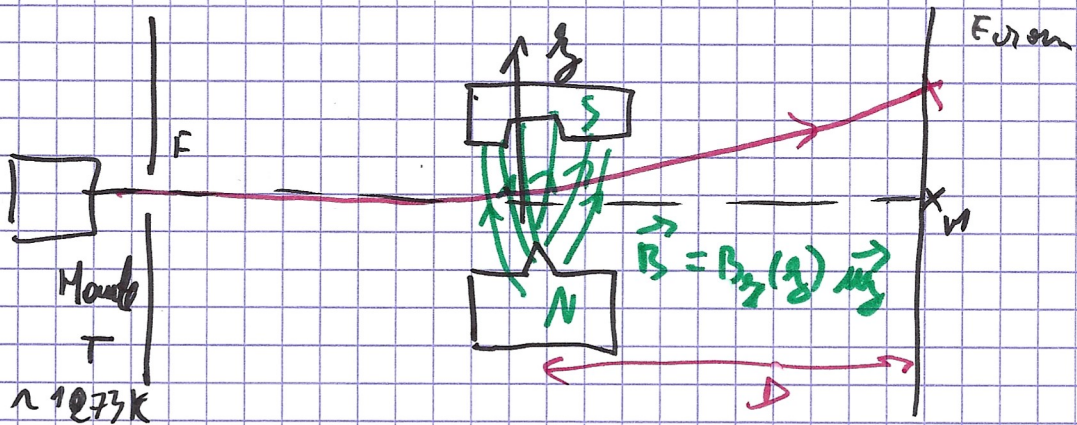
$$\vec{\mu} = \frac{qv}{2\pi r} 2\pi r^2 \vec{e}_z$$

$$= qvr \vec{e}_z$$

$$\vec{\mu} = \left(\frac{q}{2m}\right) \vec{L}_0$$

$\gamma = \text{rapport gyromagnétique de } e^-$   
 $\approx -8,8 \cdot 10^{10} \text{ C} \cdot \text{kg}^{-1}$

#### Expérience de Stern et Gerlach



$$U = q\vec{A} \cdot \vec{v} \quad \mathcal{E}_p = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad , \quad \Gamma_A = \vec{\mu} \times \vec{B}(A)$$

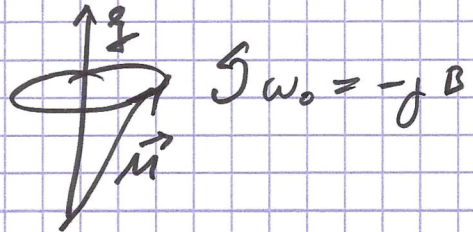
$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\mu} \cdot \vec{B}) ?$$

lien  $\vec{M}, \vec{B}$ :  $\frac{d\vec{l}_0}{dt} = \vec{\Gamma}_0$

$$d\left(\frac{\vec{M}}{g}\right) = \vec{M} \times \vec{B}$$

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -g\vec{B} \times \vec{M}$$

Donc précession



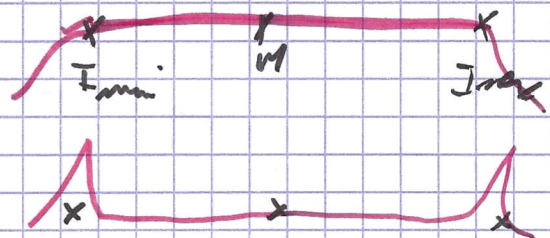
Alors  $\vec{M} \sim M_z \vec{u}_z$  et

$$\vec{F} = \mu_B \frac{d(B_z \vec{u}_z)}{dg}$$

↓  
distance  $IM$ .

$500 T \cdot m^{-1}$

On devrait avoir  
avoir



⇒ Quantification

Conclusion

on a vu l'importance des dipôles électrostatiques et magnétiques.  
 ↳ Malgré la complexité de distributions de charge et de courant ⇒ Physique profonde.

## Remarques

⚠ Mentionner qu'on regarde en charge  
voche.

Transfert de  $F_{\text{d'inter}}$  → transfert énergétique  
entre 2 digites.

HF: fluorure d'hydrogène: Très réactif!

$$\underline{1D = e \cdot a_B}$$

---

## ⊕ Analogie

⚠ Stem et Gerlach

Indispensable de préciser que  $m$  vient  
du spin.

⚠ Dès qu'on a 7 qubits ou 1 moose, dire  
ce qu'il y a dessus.